



ХАОС В ОБЪЕМНЫХ ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ*

С.Н. Сытова

Описана математическая модель объемного лазера на свободных электронах. Рассмотрены отдельные стороны и причины возникновения хаотической динамики излучения в таком лазере.

Ключевые слова: Релятивистская СВЧ-электроника, объемные лазеры на свободных электронах, математическое моделирование, хаос, нелинейная динамика.

Введение

Начиная с середины XX века после создания обширного класса вакуумных электронных приборов, среди которых лампы бегущей волны (ЛБВ) [1], лампы обратной волны (ЛОВ) [2], оротрон [3] и др., началась эра бурного развития электроники, в том числе релятивистской СВЧ-электроники. Основа функционирования таких приборов заключается в излучении электронов, сгруппированных в сгустки и взаимодействующих в резонаторе с замедленными электромагнитными волнами. В семидесятые годы прошлого века большой шаг вперед был сделан также в связи с созданием лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) [4], основной принцип работы которых также использует излучение электронов, движущихся в ондуляторе, колеблющихся и излучающих под действием внешнего электромагнитного поля. Таким образом, в настоящее время существует большое количество различных типов генераторов электромагнитного излучения на основе электронных пучков, использующих различные принципы и механизмы спонтанного излучения – дифракционное излучение [5], излучение Смита–Парселла [6], черенковское излучение [7] и др. Все эти приборы [8] обладают рядом общих принципов функционирования и достоинств, в частности, имеют очень хорошие к.п.д. и другие характеристики, позволяют получать большие мощности излучения в узких спектральных диапазонах, но также

*Статья написана по материалам доклада на IX Международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур», Саратов, Россия, 4–9 октября, 2010.

имеют недостатки. Среди последних можно назвать угрозы пробоя волновода при больших мощностях и сложность создания сверхразмерных систем.

Последнее, в частности, связано с тем, что во всех вариантах ЛОВ, ЛБВ, оротронах, карсинотронах и др., в которых излучение возбуждается вследствие пролета электронов над плоской периодической замедляющей системой, невозможно использование широкого по двум направлениям (не ленточного) электронного пучка, так как во всех этих приборах пучок должен проходить на расстоянии

$$d \leq \frac{\lambda\beta\gamma}{4\pi}, \quad (1)$$

где при длине волны, например, $\lambda = 1$ см и параметрах электронного пучка $\beta = v/c = 0.8$, $\gamma = 1.67$ (лоренц-фактор) получается $d \approx 0.1$ см, то есть необходим очень тонкий пучок. Это же условие приводит к ограничению мощности прибора.

В широко распространенных вакуумных электронных приборах и ЛСЭ распределенная обратная связь (ОС), обеспечивающая эффективное взаимодействие электромагнитных волн с электронным пучком, как правило, одномерна, то есть пучок электронов и волновые векторы электромагнитного излучения направлены вдоль одной прямой в одном или противоположных направлениях.

Существует ряд электронных приборов, в которых электронный пучок и электромагнитные волны распространяются не вдоль одной прямой. В оротроне излучение выводится под углом 90 градусов к замедляющей системе. Здесь используется ленточный тонкий пучок, поскольку принцип действия оротрона основан на дифракционном излучении в тонком поверхностном слое над дифракционным зеркалом, и, соответственно, справедлива оценка (1).

Большой интерес представляют релятивистские многоволновые черенковские генераторы [9], в которых получены гигаваттные мощности. Здесь кольцевой пучок возбуждает поверхностные волны в сверхразмерном цилиндрическом периодическом волноводе, диаметр которого составляет несколько длин волн генерируемого излучения. Но поскольку пучок кольцевой (опять справедлива оценка (1)), то амплитуды волн экспоненциально затухают с удалением от поверхности волновода и возникает необходимость проводки пучка на достаточно близком расстоянии от поверхности.

В [10] рассматриваются двумерно- и трехмерно-периодические замедляющие системы, которыми являются многорядные и многоэтажные штыревые системы, используемые в мощных генераторных и усилительных лампах СВЧ. Среди первых таких систем была электронно-лучевая лампа малой мощности миллиметрового диапазона с замедляющей системой в виде металлических пластин со щелями [11].

Но ни в одном из известных электронных приборов не используется работа генератора в условиях, когда для электромагнитных волн выполняются условия дифракции Брэгга в резонаторе вблизи области совпадения корней дисперсионного уравнения. В [12, 13] были предложены принципы создания нового типа генераторов электромагнитного излучения – объемных ЛСЭ, которые оказались свободными от ряда недостатков электронных вакуумных приборов, указанных выше.

1. Основные принципы работы объемного лазера на свободных электронах

Новая закономерность [12,13] возрастания инкремента излучательной неустойчивости пучка частиц, пролетающего через трехмерную пространственно-периодическую мишень в условиях дифракции, от числа волн, возбуждаемых в решетке, явилась теоретической основой принципиально нового типа генераторов электромагнитного излучения – объемных лазеров на свободных электронах (ОЛСЭ), использующих в качестве резонатора трехмерную дифракционную решетку, и поверхностных ЛСЭ с резонатором в виде двумерной периодической структуры [13–15]. Инкремент неустойчивости в комптоновском режиме для электронного пучка, проходящего через такую пространственно-периодическую мишень, вблизи точек вырождения корней дисперсионного уравнения в зависимости от числа s дополнительных волн, возбуждаемых в системе в условиях дифракции, изменяется приблизительно на $\rho^{1/(3+s)}$ вместо $\rho^{1/3}$ для ЛОВ, ЛБВ, ЛСЭ. Вместо обычной оценки порогового тока $j_{\text{start}} \sim 1/(kL)^3$ при определенных условиях оказывается справедливой следующая оценка при генерации s дополнительных дифрагированных волн:

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2s}}, \quad (2)$$

где $k = \omega/c$, ω – частота излучения, L – длина пространственно-периодической мишени.

Экспериментальные исследования [16–19] подтвердили правильность теории ОЛСЭ.

Основные принципы, лежащие в основе работы ОЛСЭ:

- динамическая дифракция электромагнитных волн в пространственно-периодической трехмерной дифракционной решетке (фотонном кристалле);
- объемная (неоднородная) распределенная обратная связь;
- широкий в поперечном сечении электронный пучок (либо ленточный в случае поверхностного ЛСЭ).

Теория ОЛСЭ справедлива для всех частотных диапазонов (от миллиметрового и субмиллиметрового до оптического и рентгеновского).

1.1. Физическая модель объемного лазера на свободных электронах.

Рассмотрим физическую модель ОЛСЭ с объемной распространенной ОС (рис. 1, *a*), реализуемой за счет механизма динамической дифракции в трехмерной дифракционной решетке (фотонном кристалле). Здесь и ниже рассмотрены двухволновые геометрии ОЛСЭ, в которых в результате дифракции в мишени образуются две сильные электромагнитные волны (рис. 1, *b*). Различные многоволновые геометрии ОЛСЭ представлены в [20]. Пример одного из вариантов трехволновой дифракции приведен на рис. 1, *в*. Четырех- и восьмиволновая дифракция в рентгеновском диапазоне была подтверждена экспериментально [22, 23]. Моделирование трехволновых геометрий было проведено в [24].

Схематично принцип работы одного из типов ОЛСЭ изображен на рис. 1, *a*. Пусть монохроматичный широкий релятивистский электронный пучок со скоростью u «падает» под некоторым углом на трехмерную пространственно-периодическую

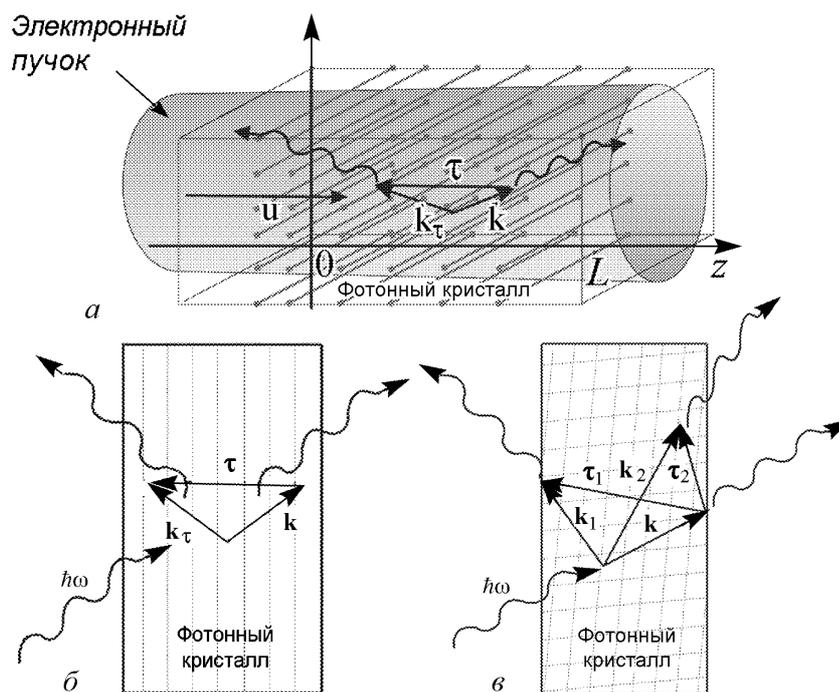


Рис. 1. Схема ОЛСЭ (а); двухволновая (б) и трехволновая (в) дифракция на фотонном кристалле мишень длиной L . Электроны пучка начинают испускать спонтанное излучение, которое при одновременном выполнении условий дифракции

$$2\mathbf{k}\tau + \tau^2 \approx 0 \quad (3)$$

и условий синхронизма

$$|\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}| = \delta\omega \approx 0 \quad (4)$$

преобразуется в коллективное параметрическое (квазичеренковское) излучение [25–27] с частотой ω и волновыми векторами \mathbf{k} и $\mathbf{k}_\tau = \mathbf{k} + \tau$, где τ – вектор обратной решетки мишени.

В результате динамической дифракции в области генерации формируются две (или более) сильно связанные волны в существенно неоднородной геометрии, когда волновые векторы проходящих и дифрагированных волн, а также вектор скорости электронов пучка расположены под углами друг по отношению к другу, то есть реализуется объемная распределенная ОС. Характерная величина отстройки от (4) определяется либо длиной области взаимодействия электронного пучка с волной (в случае слабого усиления) либо плотностью электронного пучка (в случае сильного усиления) [28]. Более того, параметры геометрии ОЛСЭ могут быть выбраны таким образом, что для волн выполняются условия дифракции Брэгга вблизи области совпадения корней дисперсионного уравнения. В результате формирования волн в такой объемной системе при определенных условиях возникают моды, взаимодействующие с электронным пучком значительно более эффективно, чем в одномерной ситуации. В областях вблизи точек вырождения корней дисперсионного уравнения групповая скорость электромагнитной волны резко уменьшается, излучение за счет

непрерывного переотражения на периодических плоскостях задерживается в области взаимодействия электронного пучка с волной.

В рентгеновском диапазоне в качестве мишени используются кристаллические пластинки. В этом случае величина пространственного периода определяется периодом кристаллической решетки, и испускаемое излучение имеет длину, сравнимую с межатомными расстояниями, то есть принадлежит рентгеновскому диапазону. В СВЧ-диапазоне в качестве мишени может использоваться искусственная дифракционная решетка, гофрированный волновод, объемная периодическая система, состоящая из периодически натянутых диэлектрических или металлических нитей. Все эти мишени можно объединить одним термином – «фотонные кристаллы» [21].

Особенно большое значение объемная распределенная ОС имеет для дискриминации мод при генерации больших мощностей в сверхразмерной системе, которой является ОЛСЭ. Поперечное сечение электронного пучка в таких системах значительно превышает длину волны излучения. Большие поперечные размеры электронного пучка позволяют распределить его мощность и мощность генерируемой волны по большому объему, тем самым снижая локальную нагрузку на отдельные элементы. Как хорошо известно, при этом возникает генерация большого количества нежелательных мод. В результате развивается деструктивная интерференция, и излучение становится некогерентным. Объемная распределенная ОС позволяет выделить требуемые моды и подавить нежелательные. Поэтому исследование развития неустойчивости в зависимости от величин физических параметров электронного пучка и ОС является актуальной задачей.

Существует несколько стадий развития неустойчивости в ОЛСЭ. Стадия неустойчивости, соответствующая регенеративному усилению, лежит в области параметров, определяющих баланс скорости наработки излучения синхронной с электронным пучком волной и скорости поглощения излучения дифрагированной волны, обеспечивающей объемную распределенную ОС в фотонном кристалле. В этом случае в системе происходит усиление падающей извне волны. Параметры, при которых величина генерируемого излучения и потери выравниваются, отвечают пороговой точке генерации. В этом случае генерация излучения развивается из спонтанного некогерентного излучения. После перехода управляющих параметров через точку генерации реализуется нелинейный режим. Если величины управляющих параметров (например, плотность тока электронного пучка) ненамного превосходят пороговые значения, то нелинейный режим приводит к стационарному насыщению. При изменении физических параметров могут возникать переходы между различными типами нелинейной неустойчивости по различным сценариям: режим стационарного насыщения – колебательные режимы – хаос.

1.2. Моды в объемном лазере на свободных электронах. В физических принципах функционирования ОЛСЭ заложено формирование в области взаимодействия в каждой из сильно связанных волн нескольких мод, которые также связаны между собой. Другими словами, в общем случае n -волновой динамической дифракции напряженность электрического поля \mathbf{E} можно искать в виде

$$\mathbf{E} = \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{e} E_j e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (5)$$

где i – мнимая единица; \mathbf{e} – вектор поляризации; E_j – амплитуда j -й сильной волны, \mathbf{k}_j – ее волновой вектор; $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}$, $\mathbf{k}_j = \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}_j$, $j = 1, \dots, n - 1$, $\boldsymbol{\tau}_j$ – векторы обратной решетки фотонного кристалла.

Это решение можно представить по-другому [28], в виде мод

$$\mathbf{E} = \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{e} C_j e^{i(\mathbf{k}_j^* \mathbf{r} - \omega t)} \left(1 + \sum_{l=1}^{n-1} s_j^l e^{i\boldsymbol{\tau}_l \mathbf{r}} \right), \quad (6)$$

где C_j , s_j^l – коэффициенты связанных мод; $\mathbf{k}_j^* = \mathbf{k} + k\delta_j \mathbf{n}$, δ_j – корни дисперсионного уравнения, \mathbf{n} – нормаль к задней стенке фотонного кристалла.

Синхронизм нескольких мод с электронами пучка соответствует вырождению корней дисперсионного уравнения. Специальным выбором параметров геометрии системы [20, 28], когда несколько мод находятся в синхронизме, можно изменить пороговую закономерность ОЛСЭ. То есть, если только одна мода находится в синхронизме с электронным пучком, пороговый ток пропорционален следующей величине:

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^3}.$$

Если две моды находятся в синхронизме с электронами, мы имеем следующую оценку:

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^5}.$$

И в общем случае для n мод в синхронизме с электронами оценка будет иметь вид

$$j_{\text{start}} \sim \frac{1}{(kL)^{3+2(n-1)}}.$$

Таким образом, пороговый ток может быть существенно понижен при синхронизме нескольких мод в многоволновой геометрии дифракции. С другой стороны, длина взаимодействия может быть существенно уменьшена при фиксированной величине тока пучка. Данный закон был подтвержден численными расчетами [24].

2. Математическая модель объемного лазера на свободных электронах

Рассмотрим схему двухволнового ОЛСЭ, приведенную на рис. 1, *а*, *б*. Уравнения, описывающие нелинейную стадию работы ОЛСЭ, получаются из уравнений Максвелла в приближении медленно меняющихся амплитуд. В случае двухволновой дифракции будем искать решение в виде (5):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{e}(E e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + E_{\tau} e^{i(\mathbf{k}_{\tau}\mathbf{r} - \omega t)}), \\ \mathbf{j} &= \mathbf{e} j e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}. \end{aligned} \quad (7)$$

где \mathbf{j} – плотность тока электронного пучка. $E(z, t)$ и $E_{\tau}(z, t)$ – комплекснозначные амплитуды проходящей и дифрагированной волн.

В условиях динамической дифракции в фотонном кристалле электрическая индукция представима в виде [29]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \approx \varepsilon(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t),$$

где $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\tau} \varepsilon(\tau, \omega) \exp(-i\tau\mathbf{r})$; $\varepsilon(0, \omega) = 1 + \chi_0$, $\varepsilon(\tau, \omega) = \chi_{\tau}$, $\varepsilon(-\tau, \omega) = \chi_{-\tau}$, $\chi_0, \chi_{\tau}, \chi_{-\tau}$ – коэффициенты разложения диэлектрической проницаемости среды в ряд по векторам обратной решетки. Принципы вычисления этих коэффициентов в фотонных кристаллах даны в [21]. Тогда

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = (1 + \chi_0)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{e}\chi_{-\tau}E(z, t)e^{i(\mathbf{k}_{\tau}\mathbf{r} - \omega t)} + \mathbf{e}\chi_{\tau}E_{\tau}(z, t)e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}.$$

Считаем также, что $\mathbf{H} = \mathbf{B}$. Окончательно система уравнений без конкретизации правой части I , описывающей электронный пучок, будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \gamma_0 c \frac{\partial E}{\partial z} + 0.5i\omega l E - 0.5i\omega\chi_{\tau}E_{\tau} = I, \quad (8)$$

$$\frac{\partial E_{\tau}}{\partial t} + \gamma_1 c \frac{\partial E_{\tau}}{\partial z} - 0.5i\omega\chi_{-\tau}E + 0.5i\omega l_1 E = 0,$$

где $l_0 = (\mathbf{k}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0)/\omega^2$, $l_1 = (\mathbf{k}_{\tau}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_0)/\omega^2$, $l = l_0 + \delta$, δ – отклонение от выполнения условий синхронизма; $\gamma_0 = (\mathbf{k}, \mathbf{n})$, $\gamma_1 = (\mathbf{k}_{\tau}, \mathbf{n})$ – направляющие косинусы объемной распределенной ОС, $\beta = \gamma_0/\gamma_1$ – фактор асимметрии; $\varepsilon_0 = 1 + \chi_0$.

Граничные условия для геометрии рис. 1, a, b выглядят следующим образом:

$$E(z = 0, t) = E_0, \quad E_{\tau}(z = L, t) = 0. \quad (9)$$

Другие варианты граничных условий были представлены в [24, 34].

Рассмотрим, как динамика электронного пучка в ОЛСЭ моделируется усреднением по фазам влета электронов в область взаимодействия. Этот метод [30] хорошо известен и широко применяется для расчета ЛБВ, ЛОВ, ЛСЭ и других электронных приборов [8, 31, 32]. Как было показано в наших исследованиях, этот метод также хорошо работает при моделировании динамики пучка в ОЛСЭ.

Рассмотрим замагниченный пучок, движение электронов которого можно считать как одномерным. Введем функцию $\Theta(t, z, p)$, описывающую фазу электронного пучка по отношению к электромагнитному полю. Фаза любого электрона, влетающего в область взаимодействия при $z = 0$ в момент времени t_0 , может быть представлена в следующем виде:

$$\vartheta(t, t_0, \mathbf{r}_{\perp}) = k_z z + \mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t(z, t_0).$$

Здесь $t(z, t_0)$ – траектория движения этого электрона при движении в фотонном кристалле [30]. Начальная фаза при $z = 0$ имеет вид

$$\vartheta(t = t_0, t_0, \mathbf{r}_{\perp}) = \mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t_0 = \Theta_1 - \Theta_0 = p,$$

где $\Theta_0, \Theta_1 \in [0, 2\pi]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$. Проводя усреднение комбинации начальных фаз $\Theta_1 - \Theta_0$, перейдем от микроскопического к макроскопическому описанию.

Выполняя некоторые преобразования, из уравнения движения для каждого электрона получим окончательно

$$\frac{d^2\Theta(t, z, p)}{dz^2} = \frac{e\Phi}{m\gamma^3\omega^2} \left(k_z - \frac{d\Theta(t, z, p)}{dz} \right)^3 \cdot \text{Re} \left(E(t - z/u, z) e^{i\Theta(t, z, p)} \right), \quad (10)$$

$$\frac{d\Theta(t, 0, p)}{dz} = k_z - \omega/u, \quad \Theta(t, 0, p) = p,$$

где e , m – заряд и масса электрона; $\Phi = \sqrt{l_0 + \chi_0 - 1/(u/c\gamma)^2}$; γ – лоренц-фактор пучка.

Область изменения параметров в (8)–(10) следующая: $t > 0$, $z \in [0, L]$, $p \in [-2\pi, 2\pi]$.

Определим правую часть первого уравнения (8) I . Из уравнений Максвелла, используя (7), получим

$$I = -\frac{2\pi i}{\omega} \left(\mathbf{e} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \right) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)},$$

где $(\mathbf{e} \partial \mathbf{j} / \partial t) \sim (\mathbf{e}\mathbf{u}) \sim \Phi$ – угол Брэгга.

Ток электронного пучка может быть представлен как сумма по каждому электрону в пучке

$$\mathbf{j} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} = \sum_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} e^{-i(\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} + k_z z - \omega t)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}) \theta(t - t_{0\alpha}) \theta(T_{0\alpha} - t),$$

где $t_{0\alpha}$ – момент времени влета α -го электрона в мишень, $T_{0\alpha}$ – момент выхода этого электрона из мишени, $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha})$ – δ -функция, $\theta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha})$ – θ -функция.

Усредним выражение для тока I по фазам электрона Θ_0 и Θ_1

$$I = 2\pi j_0 \Phi \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\Theta_0}{2\pi} e^{-i\Theta(t, z, \Theta_1 - \Theta_0)},$$

где $j_0 = en_b u$. Это усреднение справедливо вследствие выполнения закона сохранения числа частиц пучка

$$j dt = j_0 dt_0,$$

которое эквивалентно теореме Лиувилля о сохранении фазового объема. Используя метод разбиения плоской фигуры и расписывая интегральные суммы вместо двойного интеграла, окончательно получим

$$I = 2\pi j_0 \Phi \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \left(e^{-i\Theta(t, z, p)} + e^{-i\Theta(t, z, -p)} \right) dp. \quad (11)$$

В обобщенном виде система (8)–(11) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial t} + a_1 \frac{\partial E}{\partial z} + b_{11} E + b_{12} E_\tau &= I, \\
\frac{\partial E_\tau}{\partial t} + a_2 \frac{\partial E_\tau}{\partial z} + b_{21} E + b_{22} E_\tau &= 0, \\
\frac{d^2 \Theta}{dz^2} &= \frac{e\Phi}{m\gamma^3 \omega^2} \left(k_z - \frac{d\Theta}{dz} \right)^3 \operatorname{Re} (E(t - z/u) e^{i\Theta}), \\
\frac{d\Theta(t, 0, p)}{dz} &= k_z - \omega/u, \quad \Theta(t, 0, p) = p.
\end{aligned} \tag{12}$$

Проверим выполнение закона сохранения энергии в системе (12). Умножим первое уравнение на E^* , где звездочка означает комплексное сопряжение, а второе – на E_τ^* , сложим оба уравнения и используем теорему Чу о кинетической мощности для сильно связанных волн в двухволновом приближении. В результате получается

$$\frac{\partial W}{\partial t} + P + P_\tau = C\eta, \tag{13}$$

$$\eta = \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} \frac{2u^2 - v^2(t, L, p) - v^2(t, L, -p)}{u^2} dp \tag{14}$$

– электронный к.п.д.; $W = |E|^2 + |E_\tau|^2$ – электромагнитная энергия, запасенная в фотонном кристалле; $P = C_1 |E(t, L)|^2$ и $P_\tau = C_2 |E_\tau(t, 0)|^2$ – радиационные потери проходящей и дифрагированной волн там же.

3. Результаты предыдущих исследований

Линейный режим работы ОЛСЭ изучен достаточно хорошо [20, 27, 28] и др., но он быстро сменяется нелинейной стадией, на которой происходит основная генерация излучения. Очевидно, что нелинейный режим работы, описываемый системой (12), может быть исследован только с использованием методов математического моделирования, поскольку аналитически получить решение этой системы не представляется возможным. Разработанные вычислительные алгоритмы [33, 34] могут эффективно применяться при моделировании нелинейных режимов работы ОЛСЭ, что было подтверждено численными экспериментами [33–39]. Проведенное математическое моделирование нелинейной стадии работы ОЛСЭ подтвердило все основные физические закономерности и принципы работы ОЛСЭ, предсказанные в [12, 13], в частности, радикальное изменение пороговых условий генерации ОЛСЭ. В ходе численных экспериментов были исследованы:

- пороги генерации по плотности тока пучка, длине мишени, поглощению мишени, факторам асимметрии дифракции для двух- и трехволновых ОЛСЭ [34, 35];
- ширина режима усиления по плотности тока пучка для двух- и трехволновых ОЛСЭ [24, 34];
- электродинамическая картина генерации ОЛСЭ с внешними зеркалами [34].

Были также получены пороги генерации для экспериментальных установок ОЛСЭ [35].

Моделирование было проведено для гигагерцового и рентгеновского диапазонов длин волн [37]. Показано, что существует оптимальный набор параметров для эффективной генерации излучения в каждом из вышеперечисленных случаев, а также, что ОЛСЭ является хаотической динамической системой [36–39].

Таким образом, было впервые проведено математическое моделирование нелинейной стадии работы различных типов ОЛСЭ, работающих в условиях многоволновой динамической дифракции вблизи области совпадения корней дисперсионного уравнения.

4. Хаотическая динамика объемного лазера на свободных электронах

Хаотическая динамика является неотъемлемым свойством широкого класса систем, демонстрирующая их переход в состояния, в которых обнаруживается как детерминированное поведение, так и непредсказуемость. В природе существует огромное количество примеров хаотической динамики, например, турбулентность в жидкости, газе и плазме, хаос в биологических и химических системах и так далее [40].

Изучение хаотического поведения электронных генераторов и ЛСЭ занимает немало места в современных исследованиях [8, 41–47]. В [44, 45] проведена параметризация нелинейных и хаотических колебаний ЛСЭ. В работе [44] показано, что для ЛСЭ существуют следующие возможные сценарии перехода к хаосу: удвоение периода, квазипериодичность и перемежаемость. Квазипериодичность связана с бифуркациями Хопфа, которые вводят новую частоту в систему. Перемежаемость связана с бифуркациями седловых точек, то есть столкновением устойчивой и неустойчивой точек, которые затем исчезают. Здесь после хаоса может появиться вновь регулярное движение.

Аналитическое исследование хаоса в ОЛСЭ, описываемого системой (12), представляется невозможным из-за ее сильной нелинейности. Кроме того, большое количество внешних управляющих параметров, таких как, например, ток пучка, длина системы, направляющие косинусы объемной распределенной ОС, поглощение мишени, факторы асимметрии дифракции, параметры отстройки и другие параметры многократно увеличивают объем работы.

Сложная природа взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем в условиях объемной распределенной ОС, реализующейся в фотонных кристаллах при выполнении условий динамической дифракции, приводит к неоднородному распределению интенсивности электромагнитного поля. Это, в свою очередь, ведет к значительным возмущениям в движении электронов и, соответственно, к многообразию динамики генерации в ОЛСЭ. В [36–39] были изучены пространственно-временная и фазовая динамика ОЛСЭ. Получены следующие динамические режимы работы ОЛСЭ: периодический, квазипериодический, хаотический, перемежаемость, переходный хаос и др., дополненные соответствующими фазовыми портретами и энергетическими спектрами. Получены примеры сложной трансформации динамических режимов с наличием областей периодичности, квазипериодичности и хаоса. Исследована чувствительность различных режимов к изменению начальных условий. Построены параметрические карты динамических режимов ОЛСЭ при изменении плотности тока j и (1) фактора асимметрии, (2) отстройки от точного выполнения условий синхронизма, (3) длины фотонного кристалла, (4) диэлектрической проницаемости среды, (5) системного параметра l_0 .

5. Результаты численного моделирования

5.1. Двухмодовое приближение. Как уже говорилось в разделе 1.2, ОЛСЭ является многомодовой системой. Попытаемся проанализировать, каким образом формируются и взаимодействуют моды при работе ОЛСЭ.

Решение системы (12) ищем в двухмодовом приближении (6) при $n = 2$

$$\begin{aligned} E &= C_1 e^{ik\delta_1 z} + C_2 e^{ik\delta_2 z}, \\ E_\tau &= s_1 C_1 e^{ik\delta_1 z} + s_2 C_2 e^{ik\delta_2 z}, \\ j &= j_1 e^{ik\delta_1 z} + j_2 e^{ik\delta_2 z}. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда можно получить следующие выражения для коэффициентов каждой из мод:

$$\begin{aligned} \delta_n &= -(l_1 \gamma_0 + l \gamma_1 - \gamma_1 \tilde{j}_n) \pm ((l_1 \gamma_0 + l \gamma_1 - \gamma_1 \tilde{j}_n)^2 - \\ &\quad - 4\gamma_0 \gamma_1 (ll_1 - \chi^2 - l_1 \tilde{j}_n)^{1/2}) / (4\gamma_0 \gamma_1), \\ s_n &= \frac{\chi_{-\tau}}{l_1 + 2\gamma_1 \delta_n}, \quad C_1 = \frac{-E_0 s_2 e_2}{s_1 e_1 - s_2 e_2}, \quad C_2 = \frac{E_0 s_1 e_1}{s_1 e_1 - s_2 e_2}, \\ \tilde{j}_n &= 2\Phi j_n / C_n, \quad e_n = e^{ik\delta_n L}, \quad \chi^2 = \chi_\tau \chi_{-\tau}, \quad n = 1, 2. \end{aligned} \quad (16)$$

В отсутствие электронного пучка ($j_n = 0$) (16) есть решение стационарной задачи двухволновой дифракции на фотонном кристалле. Стационарный режим работы ОЛСЭ, обнаруженный при небольшом преодолении пороговых условий, пример которого изображен на рис. 2, может реализоваться только при $j_n = \text{const}$. На этом рисунке для параметров $\lambda = 3$ см, $\gamma = 2.17$, $|\chi_0| = 0.1$, $L = 9$ см и $j = 2$ кА/см² приведено изменение амплитуд проходящей, дифрагированной волн и правой части I системы (12) в зависимости от времени, на выходе волн из фотонного кристалла и внутри него в фиксированный момент времени. Соответствующие им временное (при $z = L$) и пространственное распределения фаз электронов Θ приведены на рис. 3. Видно, что фазы электронов собираются в две структуры одинаковой «толщины», интеграл (11) от которых будет давать постоянную величину.

Нормированные на стартовые значения моменты электронов пучка в зависимости от времени (рис. 4) при $z = 0.2L$ и $z = L$ демонстрируют наличие в начале

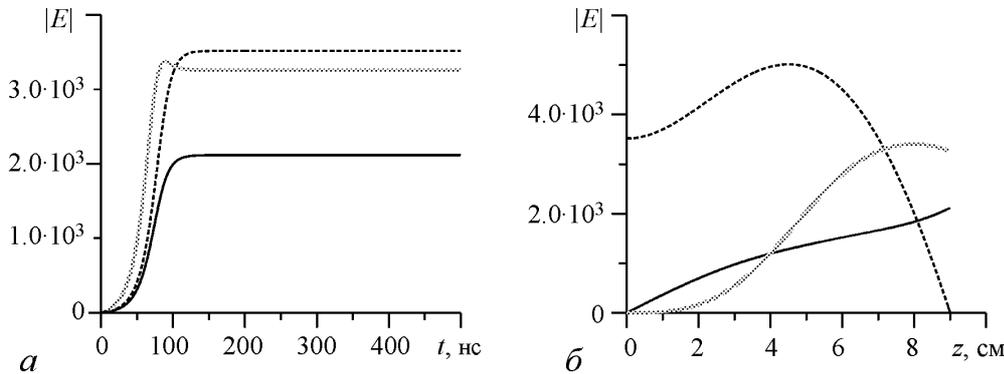


Рис. 2. Временная (а) и пространственная (б) зависимости амплитуд проходящей волны (черная линия), дифрагированной волны (пунктирная линия) и правой части I системы (12) (серая линия)

фотонного кристалла замедлившихся и ускорившихся электронов; большая часть последних к концу мишени, отдав свою энергию электромагнитной волне, замедляется. Черная линия на рис. 4, *a* демонстрирует одну из траекторий при фиксированном значении p .

При небольшом увеличении длины фотонного кристалла $L = 11$ см образуется периодический режим, результаты которого изображены на рис. 5–8. Здесь введены те же обозначения, что и на рис. 2–4. Видно, как электроны собираются в фотонном кристалле в сгустки (рис. 6, *б*), которые начинают разрушаться ближе к его концу (рис. 6, *в*). В результате, отдав энергию электромагнитной волне, большая часть электронов замедляется (рис. 6, *б*). Именно этим и объясняется полученное экспериментально насыщение по генерируемой мощности в зависимости от длины фотонного кристалла [18].

Кривая I (рис. 5, *a*) на выходе из мишени демонстрирует «слабый» хаос, когда зависимость амплитуды от времени выглядит приблизительно как повторение однотипных пиков близких размеров за приблизительно равные промежутки времени, что соответствует возбуждению большого числа паразитных частот. Но в силу выполнения условий динамической дифракции в фотонном кристалле дополнительные паразитные частоты подавляются и не передаются электромагнитным волнам. В результате и для проходящей, и для дифрагированной волн наблюдается периодический режим.

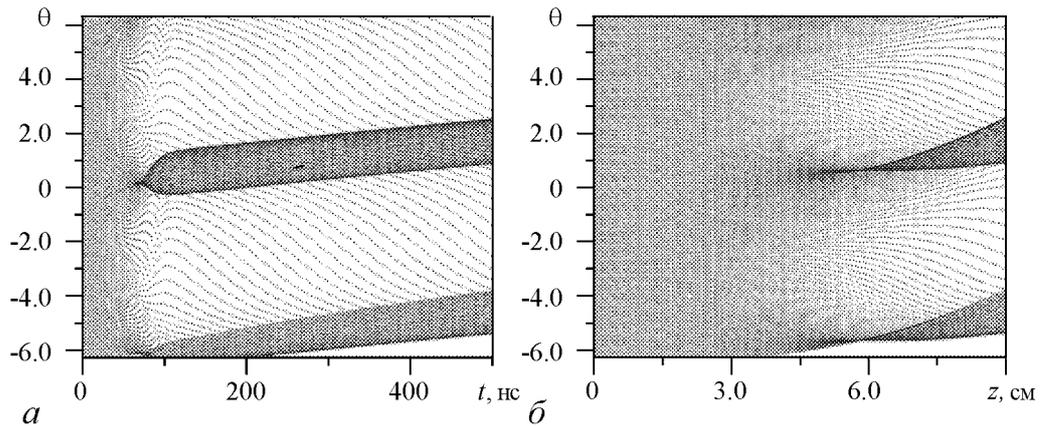


Рис. 3. Временное (*a*) и пространственное (*б*) распределение фаз электронов

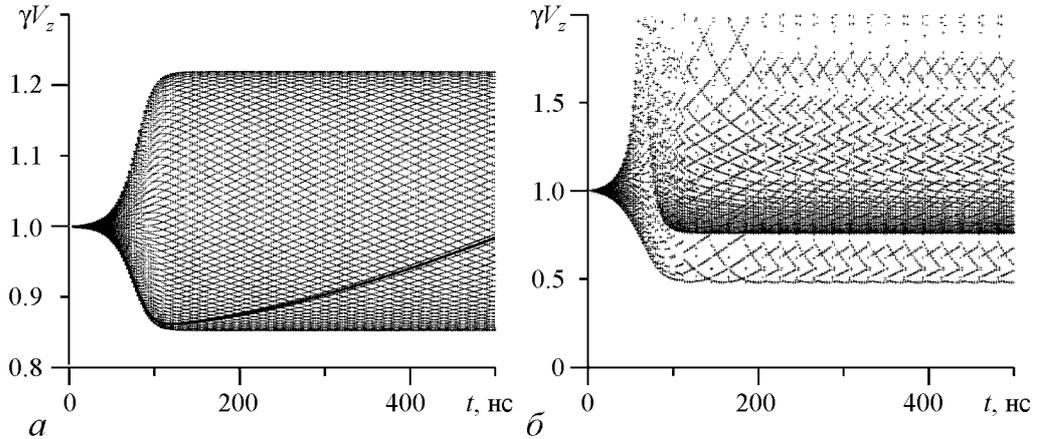


Рис. 4. Распределение моментов электронов пучка при $z = 0.2L$ (*a*) и $z = L$ (*б*)

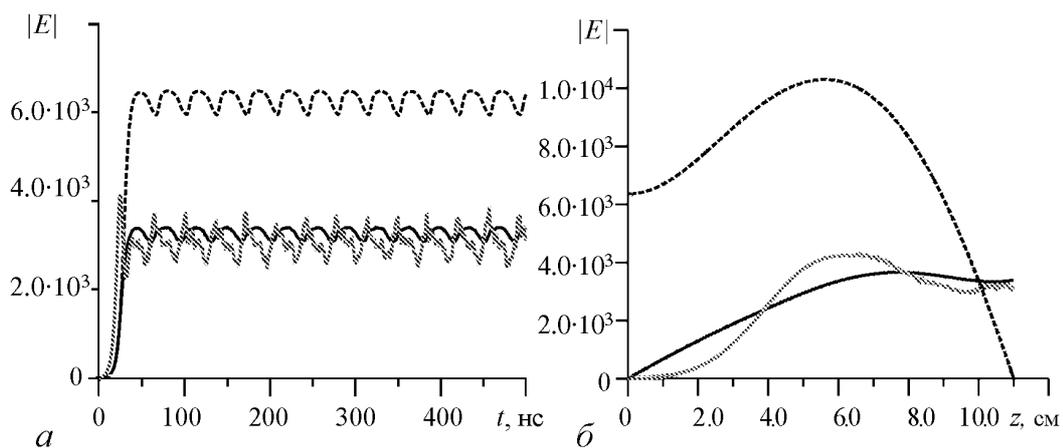


Рис. 5. Временная (а) и пространственная (б) зависимости амплитуд проходящей волны (черная линия), дифрагированной волны (пунктирная линия) и правой части I системы (10) (серая линия)

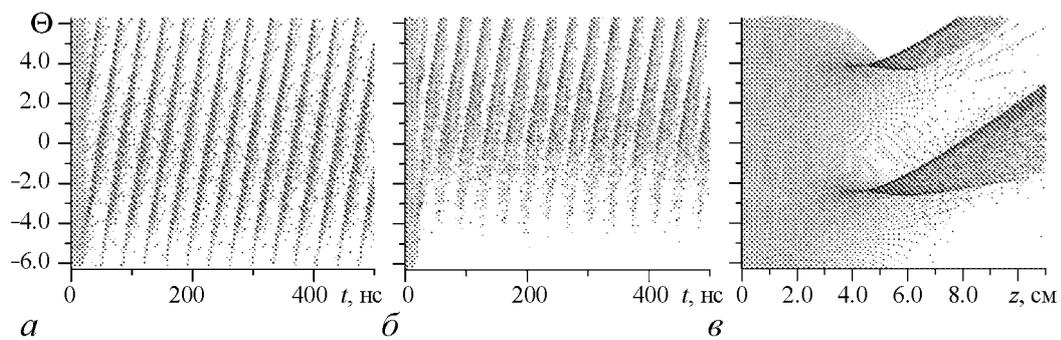


Рис. 6. Временное при $z = 0.2L$ (а), при $z = L$ (б) и пространственное (в) распределение фаз электронов

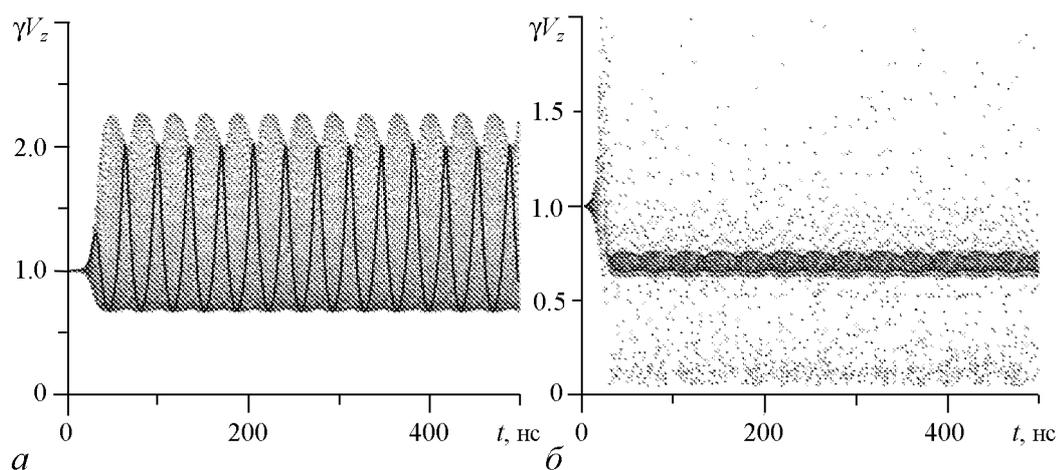


Рис. 7. Распределение моментов электронов пучка при $z = 0.2L$ (а) и $z = L$ (б)

5.2. Параметрические карты динамических режимов объемного лазера на свободных электронах. Рассмотрим параметрическую карту динамических режимов ОЛСЭ на плоскости с осями координат «длина фотонного кристалла L – плотность тока j » (см. рис. 8) для следующего набора входных данных: $\lambda = 3$ см, $L = 9...40$ см, $j = 400...3000$ А/см², $\beta = -10$, $|\chi_0| = 0.1$. По краям приведены наиболее характерные зависимости амплитуд электромагнитного поля $|E(L, t)|$ и $|E_\tau(0, t)|$ от времени (в нс). Здесь и ниже использованы следующие обозначения: 0 означает, что плотность тока находится ниже порога. P – периодические режимы, Q – квази-

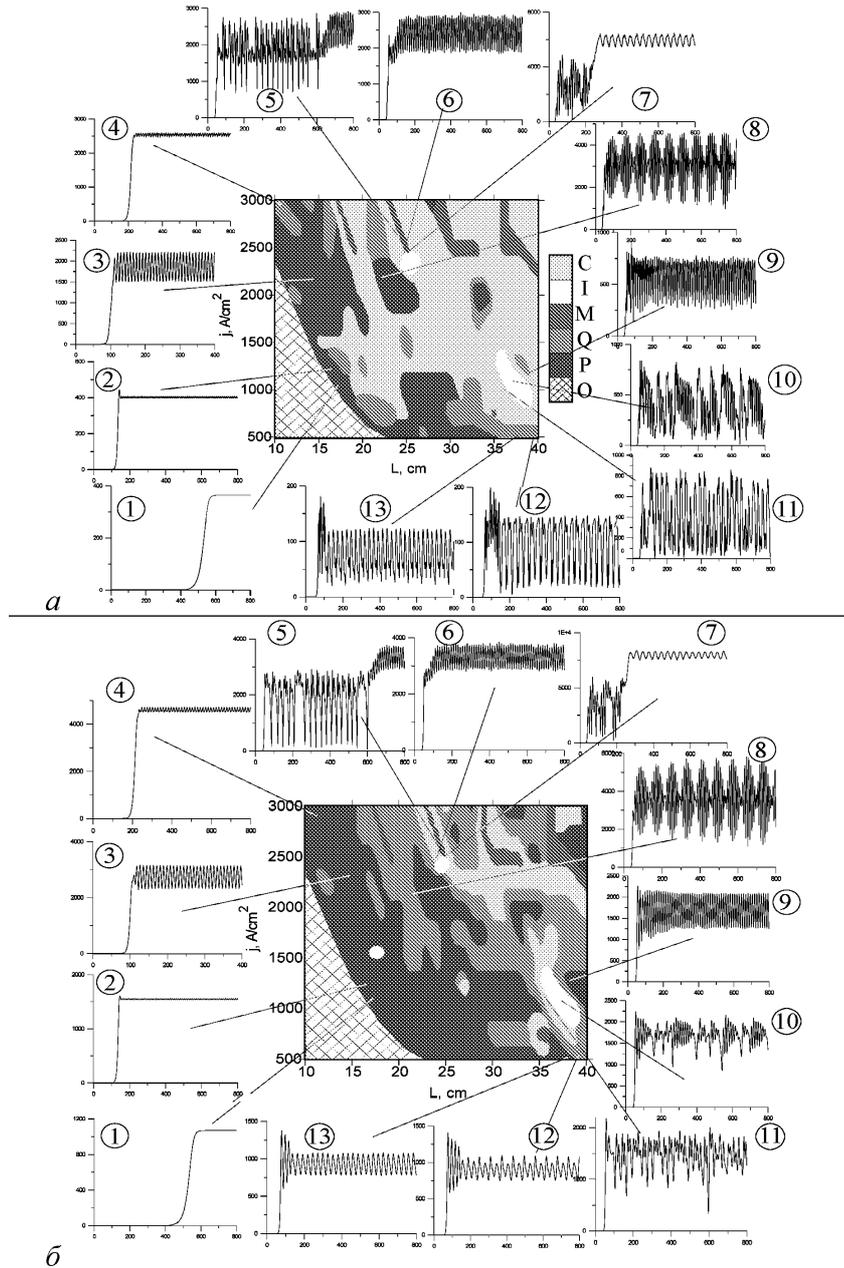


Рис. 8. Параметрическая карта на плоскости параметров «длина фотонного кристалла L – плотность тока j » для проходящей (а) и дифрагированной (б) волны

периодичность, С – хаос, I – перемежаемость, М – переход между высокоамплитудными и низкоамплитудными режимами. Графики 1–3 (рис. 8, а) и графики 1–4, 13 (рис. 8, б) представляют периодические автоколебания. Поведение амплитуды поля на графиках 4, 8, 12, 13 (см. рис. 8, а) и 8, 9, 12 (см. рис. 8, б) является квазипериодическими колебаниями с несколькими несоизмеримыми частотами. Различные хаотические режимы представлены на графиках 6, 11 (см. рис. 8, а) и 11 (см. рис. 8, б), причем режимы 11 находятся рядом с полосой перемежаемости (графики 10). При моделировании получены как низкоамплитудные (см. графики 1–4), так и высокоамплитудные режимы (8–13). Переход между высокоамплитудными и низкоамплитудными режимами происходит через так называемую неустойчивость перекрестного возбуждения (cross-excitation instability) [47], которая вызвана возбуждением одновременно нескольких мод (см. графики 7 и ср. с 9 и 11). В обратную сторону (от низкоамплитудным к высокоамплитудным) переход происходит последовательным увеличением амплитуды без резких срывов режимов. Таким образом, вдоль порога при небольшом превышении значений управляющих параметров (например, плотности тока электронного пучка) получается стационарное насыщение или периодические автоколебания. При увеличении этих значений наблюдается сложная картина взаимного перехода различных режимов.

Такой параметр, как плотность тока пучка, как оказалось, является более чувствительным параметром для перехода от одного динамического режима к другому. На рис. 9 приводится параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ на плоскости с осями координат «длина фотонного кристалла – фактор асимметрии β » при фиксированном значении плотности тока пучка $j = 300 \text{ A/cm}^2$. Энергия электронов составляла 250 кэВ, $\gamma=1.3$. Остальные параметры: $\lambda \approx 4.5 \text{ см}$, $|\chi_0| = 0.37$, $\beta = -1.5 \dots -2$. Длина фотонного кристалла измерялась количеством периодов дифракционной решетки $n = 10 \dots 20$ ($L = 18 \dots 36 \text{ см}$).

Здесь, как и ранее, получена широкая полоса периодических режимов вдоль пороговой линии генерации и существенно менее «пестрая» карта хаотических режимов. Рассчитанный по формуле (12) к.п.д. такого ОЛСЭ составляет порядка 10%.

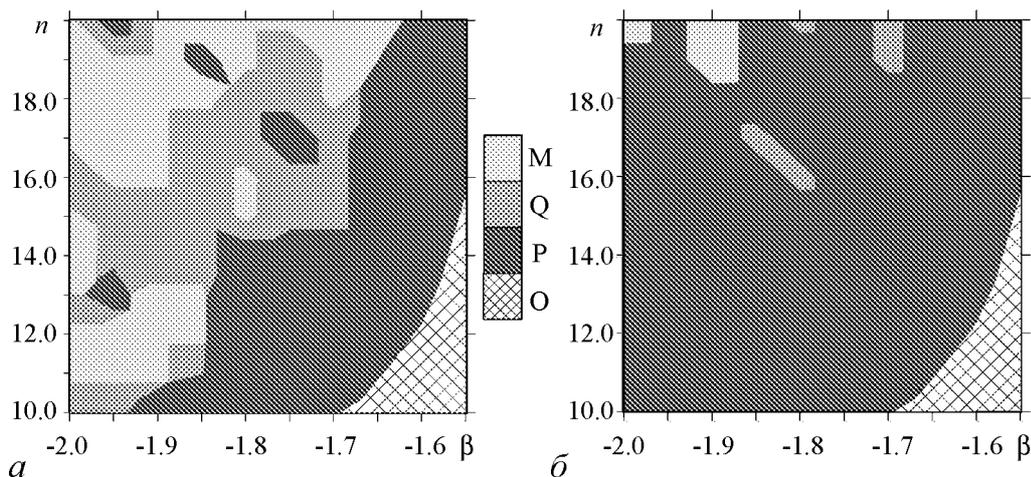


Рис. 9. Параметрическая карта динамических режимов ОЛСЭ на плоскости параметров « $\beta - n$ » для проходящей (а) и дифрагированной (б) волн

Таким образом, представленные параметрические карты еще раз демонстрируют важное свойство ОЛСЭ. А именно – что в силу механизма объемной распределенной ОС в ОЛСЭ в условиях динамической дифракции не все паразитные частоты, возникающие при прохождении пучка электронов через фотонный кристалл, передаются проходящей волне, а тем более дифрагированной. С этим и связано получаемое в моделировании меньшее число основных частот для дифрагированной волны по сравнению с проходящей и, соответственно, разные типы динамики для этих волн на параметрических картах.

5.3. Чувствительность системы к изменению начальных данных. При численном решении систем уравнений всегда возникает вопрос, является ли наблюдаемый «хаос» хаосом на самом деле, либо результатом некорректного учета ошибок округления или конечного порядка аппроксимации дифференциальных уравнений разностными. Одним из возможных ответов на данный вопрос является исследование чувствительности решений к малым вариациям начальных данных. Если неустойчивость решений будет наблюдаться именно для хаотических режимов, а для периодических и квазипериодических решение будет устойчивым, то это явится хорошей верификацией используемых численных алгоритмов и программных средств. Аналитически проверить устойчивость и сходимость предложенных разностных методов не представляется возможным в силу сильной нелинейности полученной разностной и исходной дифференциальной систем. Проведенные исследования чувствительности полученных решений к возмущениям стартовой плотности тока пучка δj для различных режимов работы ОЛСЭ дали следующие результаты. Для слабого хаоса наблюдается отстройка от невозмущенного решения при изменении значения плотности тока на $\delta j/j = 10^{-15}$ (компьютерный счет проводился с двойной точностью), хотя общая форма решения сохраняется, в то время как для периодического режима небольшие отличия в решении начинают наблюдаться при $\delta j/j = 0.01$. Это же справедливо и для квазипериодического режима. Аналогичные результаты, полностью вписывающиеся в картину периодичности и хаотичности, были получены для режима усиления ОЛСЭ при малых изменениях амплитуды падающей на систему электромагнитной волны E_0 .

Заключение

Методами математического моделирования исследована нелинейная динамика работы объемного лазера на свободных электронах. Показано, что при прохождении электронов пучка через фотонный кристалл электроны пучка собираются в ступки: некоторые из них ускоряются, а отдав энергию волне, находящейся с ними в синхронизме, замедляются и так далее. Ближе к выходу из мишени ступки начинают разрушаться, формируя паразитные частоты. В силу самого механизма объемной распределенной обратной связи в условиях динамической дифракции не все паразитные частоты передаются проходящей волне, а тем более дифрагированной. С этим и связано получаемое в моделировании большее число основных частот для проходящей волны по сравнению с дифрагированной.

Объемный лазер на свободных электронах является новым объектом исследования, поскольку физические принципы его работы отличаются от принципов работы других вакуумных электронных приборов. Полученные экспериментальные и

теоретические результаты свидетельствуют о том, что объемный лазер на свободных электронах является источником мощного излучения в различных диапазонах длин волн, включая миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны. При моделировании исследованы различные стороны нелинейной стадии работы объемного лазера на свободных электронах, что будет использовано в его экспериментальных исследованиях. Показано, что объемный лазер на свободных электронах является динамической хаотической системой.

Автор благодарит В.Г. Барышевского за всемерную поддержку и постоянное внимание к работе.

Библиографический список

1. *Kompfner R.* The traveling wave tube // *Wireless World* LII. 1946. P. 369.
2. *Пирс Дж.Р.* Лампа с бегущей волной. М.: Сов. Радио, 1952.
3. *Русин Ф.С., Богомолов Г.Д.* Оротрон как генератор миллиметрового диапазона // *Электроника больших мощностей*. 1968. Вып. 5. С. 45.
4. *Маршалл Т.* Лазеры на свободных электронах. М.: Мир, 1987.
5. *Болотовский Б.М., Воскресенский Г.В.* Дифракционное излучение // *УФН*. 1966. Т. 88. С. 209.
6. *Smith S.J., Purcell E.M.* Visible light from localized surface charges moving across a grating // *Phys. Rev.* 1953. Vol. 92. P. 1069.
7. *Франк И.М.* Излучение Вавилова–Черенкова. Вопросы теории. М.: Наука, 1988.
8. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по СВЧ электронике для физиков. В 2 т. М.: Физматлит, 2003–2004.
9. *Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А.* Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы. Новосибирск: Наука, 1991.
10. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966.
11. Электронно-лучевая лампа малой мощности миллиметрового диапазона / *Тагер А.С., Зюлина Е.А., Победоносцев А.С. и др.* А.с. 1840644 СССР SU A1. 1956.
12. *Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D.* Parametric beam instability of relativistic charged particles in a crystal // *Physics Let. A*. 1984. Vol. 102. P. 141.
13. *Барышевский В.Г.* Поверхностное параметрическое излучение релятивистских частиц // *Доклады АН СССР*. 1988. Т. 299. С. 1363.
14. *Baryshevsky V.G.* Volume free electron lasers // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2000. Vol. A445. P. 281.
15. *Alam S., Rahman M.O., Bentley C. Ando M.* Basics of surface and volume FEL's // *Proc. Second Asian PAC Conf.* 2001. P. 277.
16. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Gurinovich A.A. et al.* First lasing of a volume FEL (VFEL) at a length range $\lambda \sim 4\text{--}6$ mm // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2002. Vol. A483. P. 21.
17. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Evdokimov V.A. et al.* Experimental observation of radiation frequency tuning in «OLSE-10» prototype of volume free electron laser // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.* 2006. Vol. B252. P. 86.
18. *Baryshevsky V.G., Belous N.A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental study of volume

- free electron laser using a «grid» photonic crystal with variable period // Proc. FEL. 2007, Novosibirsk, Russia. 2007. P. 496.
19. *Baryshevsky V.G., Belous N.A., Gurinovich A.A. et al.* Experimental studies of volume FELs with a photonic crystal made of foils // Proc. 32 Int. Conf. FEL2010. Malmo, Sweden. 2010. THPB18.
 20. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Dubovskaya I.Ya.* Formation of distributed feedback in an FEL under multi-wave diffraction // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 1995. Vol. A358. P. 493.
 21. *Baryshevsky V.G., Gurinovich A.A.* Spontaneous and induced parametric and Smith–Purcell radiation from electrons moving in a photonic crystal built from the metallic threads // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 2006. Vol. B252. P. 92.
 22. *Afanasenko V.P., Baryshevsky V.G., Gradovsky O.T. et al.* Detection of parametric X-ray radiation of a GaAs monocrystal // Phys. Lett. 1989. Vol. A141. P. 311.
 23. *Афанасенко В.П., Барышевский В.Г., Гацуха С.В. и др.* Обнаружение аномалии в угловом распределении параметрического рентгеновского излучения // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. С. 213.
 24. *Batrakov K.G., Sytova S.N.* Dynamics of electron beam instabilities under conditions of multiwave distributed feedback // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2005. Vol. 8. P. 359.
 25. *Барышевский В.Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Мн.: БГУ, 1982.
 26. *Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D., Ulyanekov A.P.* Parametric x-ray radiation in crystals: Theory, experiment and applications. Springer. 2006.
 27. *Baryshevsky V.G., Gurinovich A.A.* Radiative instability of a relativistic electron beam moving in a photonic crystal // arXiv:1011.2983v1 [physics.acc-ph] 12 Nov. 2010. <http://arxiv.org/abs/1011.2983>.
 28. *Baryshevsky V.G., Batrakov K.G., Dubovskaya I.Ya.* Parametric (Quasi-Cherenkov) x-ray free electron laser // J. Phys. D. 1991. Vol. 24. P. 1250-1257.
 29. *Пинскер З.Г.* Рентгеновская кристаллооптика. М.: Наука, 1982.
 30. *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. Радио, 1973.
 31. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной // Известия вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, № 2. С. 300.
 32. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н.* Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Известия вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
 33. *Batrakov K., Sytova S.* Modelling of quasi-Cherenkov electron beam instability in periodical structures // Mathematical modelling and analysis. 2004. Vol. 9. P. 1.
 34. *Батраков К.Г., Сытова С.Н.* Моделирование объемных лазеров на свободных электронах // ЖВМ и МФ. 2005. Т. 45. С. 690.
 35. *Batrakov K., Sytova S.* Numerical simulation of nonlinear effects in Volume Free Electron Laser (VFEL) // Proc. Int. Conf. RuPAC2006, Novosibirsk, Russia. 2007. P. 141.
 36. *Sytova S.* Volume Free Electron Laser (VFEL) as a dynamical system // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2007. Vol. 10. P. 297.

37. *Batrakov K.G., Sytova S.N.* Nonlinear analysis of quasi-Cherenkov electron beam instability in VFEL (Volume Free Electron Laser) // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2005. Vol. 8. P. 42.
38. *Sytova S.* Numerical analysis of lasing dynamics in Volume Free Electron Laser // *Mathematical modelling and analysis*. 2008. Vol. 13. P. 263.
39. *Sytova S.* Some aspects of chaotic lasing in volume free electron lasers // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2009. Vol. 12. P. 37.
40. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: введение. М.: Мир, 1988.
41. *Ninno G., Fanelli. D.* Controlled hopf bifurcation of a storage-ring free-electron laser // *Phys. Rev. Let.* 2004. Vol. 92. P. 094801.
42. *Thomas C.A., Botman J.I.M., Bruni C. et al.* Storage ring free electron laser dynamics in presence of an auxiliary harmonic RF cavity // *Eur. Phys. J. D.* 2005. Vol. 32. P. 83.
43. *Coupric M.E.* Chaos studies on the super-ACO free electron laser // *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* 2003. Vol. A507. P. 1.
44. *Hahn S.L., Lee J.K.* Nonlinear short-pulse propagation in a free-electron laser // *Phys. Rev.* 1993. Vol. E48. P. 2162.
45. *Hur M.S., Lee H.J., Lee J.K.* A parameterization of nonlinear and chaotic oscillations in driven plasma diodes // *Phys. Rev.* 1998. Vol. E58. P. 936.
46. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // *Известия вузов. Радиофизика*. 2004. Т. XLVII. С. 383.
47. *Levush B., Antonson N.M., Lou W.-R.* Theory of relativistic backward-wave oscillators with end reflections // *IEEE Trans. Plasma Science*. 1992. Vol. 20. P. 263.

Белорусский государственный университет

*Поступила в редакцию
После доработки*

*19.11.2010
14.02.2011*

CHAOS IN VOLUME FREE ELECTRON LASERS

S.N. Sytova

Mathematical model of Volume Free Electron Lasers (VFEL) is described. Some aspects and origins of VFEL chaotic dynamics are examined.

Keywords: Relativistic microwave electronics, volume free electron lasers, mathematical modelling, chaos, nonlinear dynamics.



Сытова Светлана Николаевна – родилась в Минске (1965). Окончила факультет прикладной математики Белорусского государственного университета (1987), кандидат физико-математических наук (1997). Ученый секретарь Института ядерных проблем Белгосуниверситета. Область научных интересов – математическое моделирование процессов излучения в различных типах генераторов электромагнитного излучения. Автор свыше 70 публикаций.

220030 Минск, ул. Бобруйская, 11
Институт ядерных проблем Белгосуниверситета
E-mail: s_sytova@mail.ru